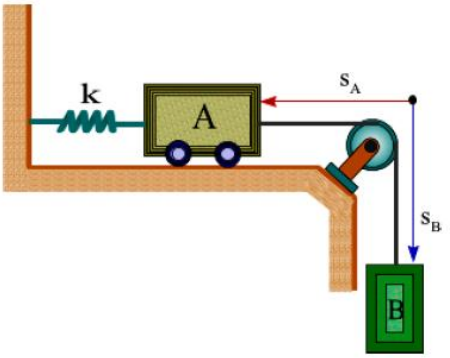
PROBLEMAS SEMANA 3

Problema: El carro ***A*** y el bloque de la figura pesan $\mathbf{125}\ \boldsymbol{N}$ y $\mathbf{250}\ \boldsymbol{N}$, respectivamente. Los objetos están en reposo y el resorte de constante $\boldsymbol{k}\ =\ \mathbf{417}\ \boldsymbol{N/m}$ no está deformado cuando los bloques se encuentran en la posición mostrada en la figura. Determine la velocidad y la aceleración del bloque **B** cuando esté $\mathbf{0,3}\ \boldsymbol{m}$ debajo de su posición inicial.



Datos

$$W_A = 125\ N \Rightarrow m_A = \frac{W_A}{g} = \frac{125}{9.81} \Rightarrow m_A = 12.74\ Kg$$

$$W_B = 250\ N \Rightarrow m_B = \frac{W_B}{g} = \frac{250}{9.81} \Rightarrow m_B = 25.484\ Kg$$

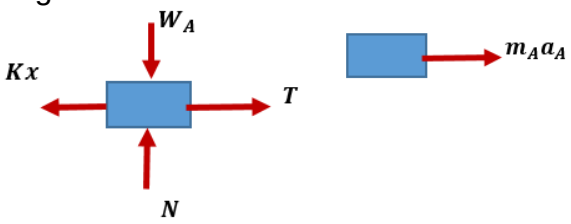
Resorte de constante $\boldsymbol{k}\ =\ \mathbf{417}\ \boldsymbol{N/m}$ no está deformado en la posición mostrada

Cuando **B** esté $\mathbf{0,3}\ \boldsymbol{m}$ debajo de su posición inicial mostrada hallar: v_B =??? y a_B =???

Solucion

Carro A

Diagramas



DCL DMA

Ecuaciones de Movimiento

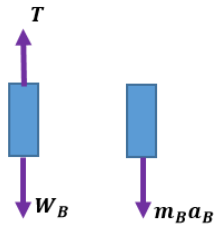
$$\overrightarrow{+}\sum F_x = m_A \underbrace{(a_x)_A}_{a}$$

$$T - kx = m_A a$$

$$T = m_A a + kx \qquad (1)$$

Bloque B

Diagramas



$$\downarrow + \sum F_y = m_B \underbrace{(a_y)_B}_{a}$$

$$W_B - T = m_B a$$

$$T = W_B - m_B a \qquad (2)$$

Igualando (1) = (2)

$$m_A a + kx = W_B - m_B a$$

$$12.74a + 417x = 250 - 25.484a$$

$$38.224a = 250 - 417x$$

Entre 38.224

$$a = 6.540 - 10.909x \qquad (3)$$

Ecuacion (3) se puede escribir

$$\frac{dv}{dt} = 6.540 - 10.909x$$

$$\frac{dv}{dx}\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} = 6.540 - 10.909x$$

$$vdv = (6.540 - 10.909x)dx$$

Integrando

$$\int_0^v vdv = \int_{x=0}^{x} (6.540 - 10.909x)dx$$

$$\frac{1}{2}v^2 = 6.540x - \frac{10.909}{2}x^2$$

Cuando **B** esté $\mathbf{0,3}\ \boldsymbol{m}$ debajo de su posición inicial

$$\frac{1}{2}v^2 = 6.540 * 0.3 - \frac{10.909}{2} * 0.3^2$$

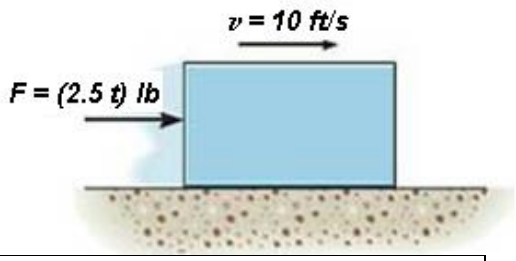
$$v = v_B = 1.715\ m/s$$

Tambien para dicha posicion se halla la aceleracion en (3)

$$a = 6.540 - 10.909 * 0.3$$

$$a = a_B = 3.267\ m/s^2$$

Problema: El bloque de $\mathbf{10\ lb}$ tiene una velocidad inicial de $\mathbf{10\ ft/s}$ sobre el plano liso. Si una fuerza $\boldsymbol{F = (2.5\,t)\ lb}$ donde $\boldsymbol{t}$ está en segundos, actúa en el bloque durante $\boldsymbol{3\ s}$, determine la velocidad final del bloque y la distancia que el bloque viaja durante este tiempo.



Datos

$\boldsymbol{W = 10\ lb;\ v_0 = 10\ ft/s}$

$\boldsymbol{F = (2.5\,t)\ lb}$ donde $\boldsymbol{t}$ está en segundos

Cuando $\boldsymbol{t = 3\ s}$, hallar la velocidad final del bloque $\boldsymbol{v}$ =? ? ? y la distancia $\boldsymbol{s}$ =? ? ?

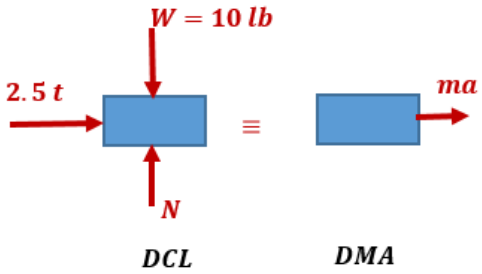
Solución

$$\boldsymbol{W = mg}$$

Para este caso: $\boldsymbol{g = 32.2\ ft/s^2}$

Tipo de movimiento: Traslación rectilínea

Diagramas



Ecuaciones de movimiento

$$\overrightarrow{+}\sum \boldsymbol{F_x = m\,\underbrace{a_x}_{a}}$$

$$\boldsymbol{2.5\,t = \frac{W}{g}a}$$

$$\boldsymbol{2.5\,t = \frac{10}{32.2}a}$$

$$\boldsymbol{a = 8.05\,t} \qquad \boldsymbol{(1)}$$

En (1)

$$\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = 8.05\,t}$$

$$\boldsymbol{dv = 8.05\,t dt}$$

Integrando

$$\boldsymbol{\int_{v_0=10}^{v} dv = 8.05 \int_0^t t dt}$$

$$\boldsymbol{v - 10 = \frac{8.05}{2}\left[t^2\right]_0^t}$$

$$\boldsymbol{v = 4.025t^2 + 10} \qquad \boldsymbol{(2)}$$

En (2) para $\boldsymbol{t = 3\ s}$

$$\boldsymbol{v = 4.025 * 3^2 + 10}$$

$$\boldsymbol{v = 46.225\ ft/s}$$

En (2)

$$\boldsymbol{\frac{ds}{dt} = 4.025t^2 + 10}$$

$$\boldsymbol{ds = (4.025t^2 + 10)dt}$$

Integrando

$$\boldsymbol{\int_0^s ds = \int_0^t (4.025t^2 + 10)dt}$$

$$\boldsymbol{s = \left[\frac{4.025}{3}t^3 + 10t\right]_0^t}$$

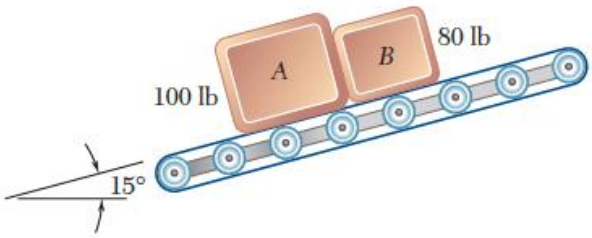
$$\boldsymbol{s = \frac{4.025}{3}t^3 + 10t}$$

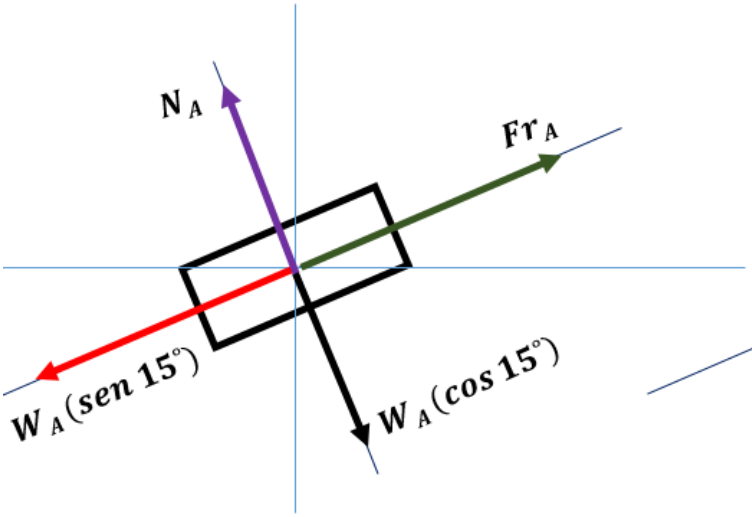
Para $\boldsymbol{t = 3\ s}$

$$\boldsymbol{s = \frac{4.025}{3} * 3^3 + 10 * 3}$$

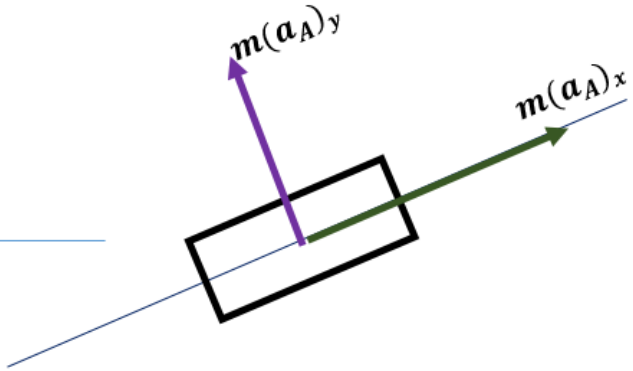
$$\boldsymbol{s = 66.225\ ft}$$

12.17 Las cajas $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ están en reposo sobre una banda transportadora que se encuentra inicialmente en reposo. La banda se empieza a mover de manera repentina en la dirección ascendente de manera que ocurre deslizamiento entre la banda y las cajas. Si los coeficientes de fricción cinética entre la banda y las cajas son $(\mu_k)_A = 0.30$ y $(\mu_k)_B = 0.32$, determine la aceleración inicial de cada caja.

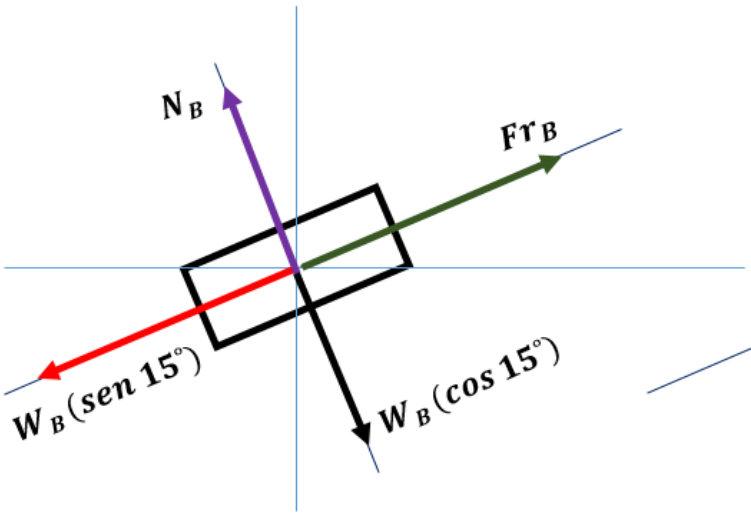




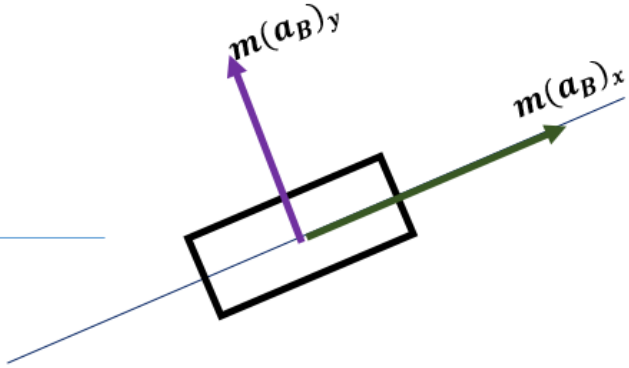
DCL



DMA

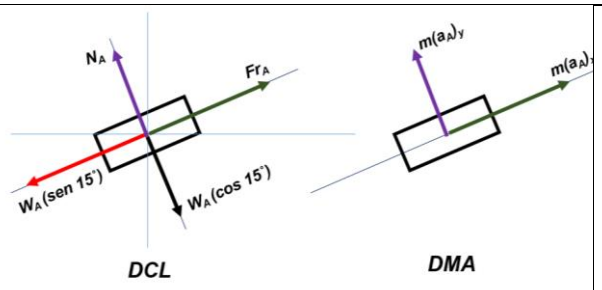


DCL



DMA

Solución **Bloque A** Diagramas	**Bloque B** Diagramas



Eje x

$$\overrightarrow{+}\sum F_x = m_A(a_A)_x$$

$$Fr_A - W_A(sen\ 15°) = \frac{W_A}{g}(a_A)$$

$$(\mu_k)_A(N_A) - 100(sen\ 15°) = \frac{100}{32.2}(a_A)$$

$$(0.30)(N_A) - 25.88 = 3.11\ (a_A) \qquad (1)$$

Eje y

$$+\uparrow \sum F_y = m_A(a_A)_y$$

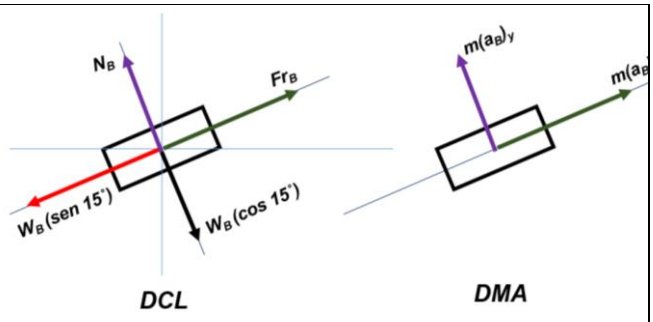
$$N_A - W_A(cos\ 15°) = 0$$

$$N_A = 96.59\ Lb$$

En (1)

$$(0.30)(96.59) - 25.88 = 3.11\ (a_A)$$

$$a_A = 0.995\ ft/s^2$$



Eje x

$$\overrightarrow{+}\sum F_x = m_B(a_B)_x$$

$$Fr_B - W_B(sen\ 15°) = \frac{W_B}{g}(a_B)$$

$$(\mu_k)_B(N_B) - 80(sen\ 15°) = \frac{80}{32.2}(a_B)$$

$$(0.32)(N_B) - 20.705 = 2.48\ (a_B) \qquad (2)$$

Eje y

$$+\uparrow \sum F_y = m_B(a_B)_y$$

$$N_B - W_B(cos\ 15°) = 0$$

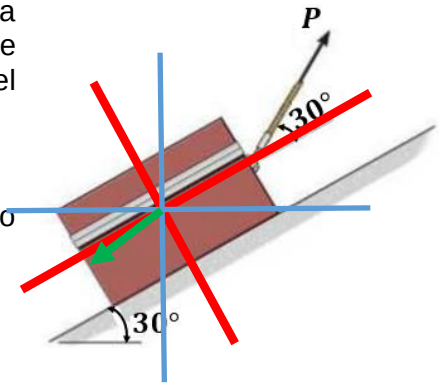
$$N_B = 77.27\ Lb$$

En (2)

$$(0.32)(77.27) - 20.705 = 2.48\ (a_B)$$

$$a_B = 1.62\ ft/s^2$$

Problema: Si $P = 400\ N$ y el coeficiente de fricción cinética entre la caja de $50\ kg$ y el plano inclinado es $\mu_k = 0.25$, determinar la velocidad de la caja después de haber subido $6\ m$ por el plano. La caja parte del reposo.



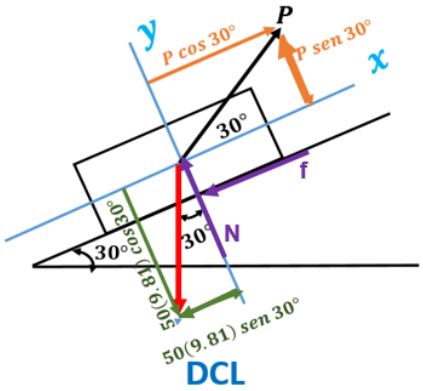
Datos

$P = 400\ N\ ;\quad m = 50\ kg,\quad \mu_k = 0.25\ ;\quad v_0 = 0$

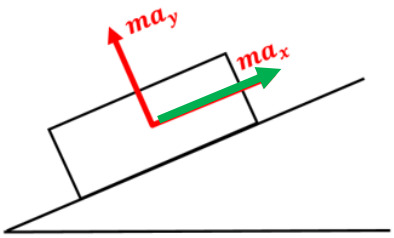
Determinar la velocidad $(v = ???)$ de la caja después de haber subido $6\ m$ por el plano

Solucion

Diagramas



DCL



DMA

Ecuaciones de movimiento

$$\nwarrow + \sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0}$$

$$Psen30° + N - 50 * 9.81 * cos30° = 0$$

$$400sen30° + N - 50 * 9.81 * cos30° = 0$$

$$N = 224.78\ N$$

Entonces:

$$f = N\mu_k = 224.78 * 0.25$$

$$f = 56.195\ N$$

$$\nearrow + \sum F_x = m\underbrace{a_y}_{a}$$

$$Pcos30° - f - 50 * 9.81 * sen30° = ma$$

$$400cos30° - 56.195 - 50 * 9.81 * sen30° = 50a$$

$$a = 0.899\ m/s^2$$

Hay 2 formas de calcula la velocidad

Primera forma

La aceleracion obtenida la podemos escribir:

$$a = 0.899$$

$$\frac{dv}{dt} = 0.899$$

$$\frac{dv}{ds}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v} = 0.899$$

$$vdv = 0.899ds$$

Intgrando

$$\int_0^v vdv = 0.899\int_0^{s=6} ds$$

$$\frac{v^2}{2} = 0.899 * 6$$

$$v = 3.28\ m/s$$

Segunda forma

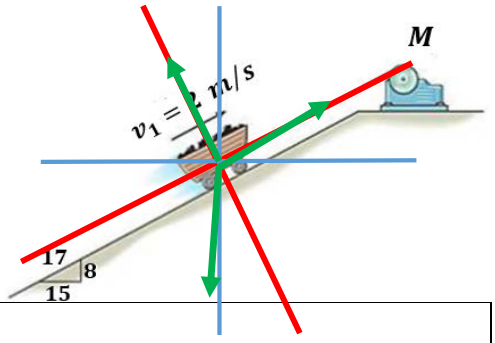
$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

De datos

$$v^2 = 0^2 + 2 * 0.899 * 6$$

$$v = 3.28\ m/s$$

Problema: El carro de mina de $400\ kg$ sube la pendiente usando el cable y el motor M. Durante un corto tiempo, la fuerza en el cable es $F = (3200\,t^2)\ N$ donde t está en segundos. Si el carro tiene una velocidad inicial $v_1 = 2\ m/s$ a $s = 0$ y $t = 0$, determine la distancia que mueve hacia arriba del plano cuando $t = 2\ s$.



Datos

$m = 400\ kg$

Fuerza en el cable es $F = (3200\,t^2)\ N$ donde t está en segundos.

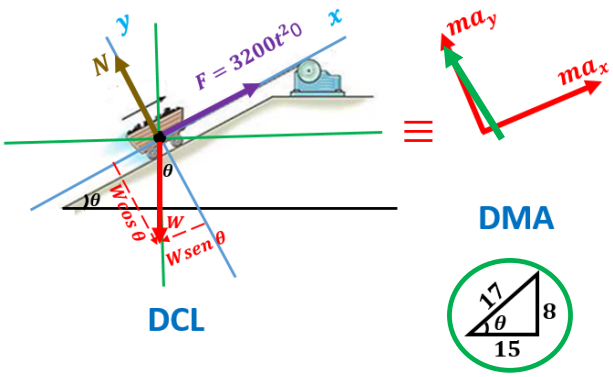
velocidad inicial $v_1 = 2\ m/s \begin{bmatrix} s = 0 \\ t = 0 \end{bmatrix}$

Determine la distancia s =???? que mueve hacia arriba del plano cuando $t = 2\ s$.

Solución

Tipo de movimiento: Traslación rectilínea

Diagramas



Ecuaciones de movimiento

$$\nearrow + \sum F_x = m\underbrace{a_x}_{a}$$

$$3200t^2 - Wsen\theta = ma$$

$$3200t^2 - (400 * 9.81) * \frac{8}{17} = 400a$$

$$a = 8t^2 - 4.616 \qquad (1)$$

La ecuacionn (1) se puede escribir

$$\frac{dv}{dt} = 8t^2 - 4.616$$

$$dv = (8t^2 - 4.616)dt$$

Integrando

$$\int_2^v dv = \int_0^t (8t^2 - 4.616)dt$$

$$v - 2 = \left[\frac{8}{3}t^3 - 4.616t\right]_0^t$$

$$v = \frac{8}{3}t^3 - 4.616t + 2 \qquad (2)$$

La ecuacionn (2) se puede escribir

$$\frac{ds}{dt} = \frac{8}{3}t^3 - 4.616t + 2$$

$$ds = \left(\frac{8}{3}t^3 - 4.616t + 2\right)dt$$

Integrando

$$\int_0^s ds = \int_0^t \left(\frac{8}{3}t^3 - 4.616t + 2\right)dt$$

$$s = \left[\frac{8}{12}t^4 - \frac{4.616}{2}t^2 + 2t\right]_0^t$$

cuando $t = 2\ s$.

$$s = \frac{8}{12} * 2^4 - \frac{4.616}{2} * 2^2 + 2 * 2$$

$$s = 5.435\ m$$